

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Гимназия им. Н. Г. Басова»**

**Исследовательская работа по теме:
Нахождение погрешности. Калибровка акселерометра**

Выполнил: Глеб Кожанов,
ученик 10 «Г» класса
МБОУ
Гимназия им. академика Н. Г.
Басова

Руководитель: А. Г.
Белоусова
учитель математики
МБОУ Гимназии им.
академика Н. Г. Басова

**2020 г.
г. Воронеж**

Оглавление

Введение.....	3
Акселерометр.....	4
Исторические сведения.....	4
Принцип устройства.....	5
Виды акселерометров.....	6
Сфера применения устройства.....	7
Основные понятия алгебры.....	10
Векторы.....	11
Матрица.....	11
Метод имитации отжига.....	14
Нахождение погрешности.....	19
Получение данных.....	20
Выделение стабильных участков данных (удаление «подъемов и спусков», «скачков») (е окрестности).....	21
Подсчет среднего значения и среднеквадратичного отклонения.....	22
Основные погрешности.....	22
Метод имитации отжига.....	24
Вывод.....	24
Литература.....	25
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	26
Вид акселерометра.....	26
Программа 1.....	27
Программа 2.....	28
Таблица 1.....	32

Введение

Современные умные электронные устройства умеют выполнять функции навигатора, шагомера, распознавать, как передвигается пользователь, – идет, бежит, едет в такси или в автобусе, умеют автоматически ориентировать изображение на экране. Все это они умеют благодаря акселерометрам, встроенным в них. Например, благодаря акселерометру обеспечивается нормальная работа пневмоподвески, круиз-контроля автомобилей, Изготовление компактных акселерометров требует огромнейшей точности расчетов и пропорций. Вручную создать его нельзя, процесс изготовления автоматизирован и применяется химическая реакция среди различных элементов. Сегодня эти приборы глубоко внедрены в нашу жизнь. Акселерометр позволяет перейти на другой, более удобный уровень управления машинами. Однако, как и все приборы, они могут обладать погрешностью, из-за дефектов датчиков или неточности крепления, что приводит к сдвигу всех показателей на некоторую величину и их пропорциональному уменьшению/увеличению. Выясняют это при помощи процедуры калибровки.

Цель исследования: изучить погрешности измерительных приборов и их калибровку на примере акселерометра. Цель предопределила необходимость постановки следующих **задач:**

- изучить проблему погрешностей приборов
- ознакомиться со строением акселерометра
- изучить теорию погрешностей
- установить закономерность в реальных показаниях акселерометров и их отклонениях от требуемых значений
- изучить и проанализировать возможности акселерометров
- подвести итоги о проделанной работе

Объект исследования – акселерометр

Предмет исследования – способы программирования и калибровки точных приборов.

В моей исследовательской работе я руководствовался

гипотезой: существует формула, способная выводить ожидаемые данные акселерометров.

Методы исследования: изучение справочных материалов, анализ, систематизация, описательный метод, практическая работа.

Акселерометр.

Это прибор для измерения ускорений в транспортных наземных машинах различного назначения, а также в летательных аппаратах всех видов.

Исторические сведения

Акселерометр был изобретен в конце XIX в., предназначался для установки в автомобилях и паровозах с целью контроля за скоростью движения. На шкале этого прибора обязательно указывалась предельная величина ускорения (допустимая для данного транспортного средства) с красной отметкой. Это означало, что в случае превышения предельной величины ускорения может наступить разрушение двигателя автомобиля или паровоза, поэтому установка акселерометра обеспечивала безопасную эксплуатацию транспортных наземных средств.

Впервые акселерометры были установлены в 1890-х гг. на автомобилях Форда, а затем на автомобилях «Мерседес-Бенц». С развитием паровозостроения в конце XIX — начале XX в. акселерометры стали устанавливаться и на паровозах. Первые акселерометры были тяжелыми и громоздкими. Они основывались на использовании инерционной силы, движущейся с ускорением массы, и представляли собой маятник со спиральной пружиной. При ускорении или замедлении корпуса грузик стремился сохранить свое первоначальное положение, то есть отстать или

опередить корпус. Одна из пружин при этом сжималась, а маятник совершал перемещение. Величина этого перемещения и определялась акселерометром для вычисления ускорения с помощью потенциометра. Для гашения колебаний массы внутри корпуса во время движения транспортного средства служит демпфер. В качестве элементов подвески используют листовые пружины (которые изготавливают из специальной пружинной стали марки 65Г или другой) и шарнирное соединение с корпусом.

Принцип устройства

Акселерометр по схеме представляет собой маятник со спиральной пружиной. Если в акселерометре по схеме относительное перемещение массы при линейной характеристике пружины пропорционально ускорению, то в маятниковом варианте акселерометра по схеме эта зависимость непропорциональная; но подобный маятниковый прибор характеризуется большой чувствительностью к незначительному ускорению. При малых углах отклонения массы зависимость между ускорением и угловым перемещением можно приближенно считать линейной, но с увеличением угла ошибка, обусловленная непропорциональностью, растет. Наличие бокового ускорения и, соответственно, сил инерции (F_y) вызывает искажение результатов измерения ускорения, обусловливаемого силами F_x . Для того чтобы уравновесить момент силы F_y относительно точки подвеса, устанавливают параллельно два маятника, соединенных тягой.

Схема такого соединения представляет собой антипараллелограмм.

Конструктивную разновидность антипараллелограмма с высшими парами представляет собой зубчатая пара. В тех случаях, когда необходимо измерить угловое ускорение, ротор устанавливают на оси в корпусе и соединяют со спиральной пружиной. Поворот ротора относительно корпуса при линейной характеристике пружины пропорционален угловому ускорению и измеряется с помощью потенциометра.

В современных транспортных средствах, а также самолетах и ракетах акселерометры связаны в единое целое с бортовыми компьютерами, которые анализируют измеренные величины ускорения и выдают соответствующие команды через исполнительные устройства двигателям с целью корректировки их работы в сторону усиления или уменьшения режима скоростей движе

Виды акселерометров

Существует три разновидности акселерометров. Они бывают одноканальные, двухканальные и трехканальные. Наиболее часто используемыми являются трехкомпонентные устройства. Они имеют возможность измерять проекцию кажущегося ускорения в 3-х плоскостях.

Данное оборудование бывает:

- Механическим.
- Электронным.
- Пьезоэлектрическим.
- Термальным.

Механический акселерометр является самой простой и полностью соответствует классической конструкции, которая была придумана изначально. У нее подвешенный груз закрепляется на эластичном подвесе. При изменении положения корпуса прибора под воздействием инерции подвешенное тело компенсирует перекося, тем самым воздействуя на пружину на которой оно крепится. В результате специальный механизм определяет подобные колебания и переводит их в показатель линейного ускорения.

Электронные предусматривают совмещение механических частей прибора с датчиками. Они позволяют осуществить более точное и быстрое измерение параметров перемещения положения закрепленной массы. Подобные

устройства в разы более компактные, и внешне могут представлять собой миниатюрный чип для микросхемы, габариты которого не превышают размер ногтя на мизинце.

Пьезоэлектрические имеют внутри грузик, который давлением воздействует на пьезокристалл. В результате вибрации осуществляется выработка электрического тока. Измеряя параметры напряжения проводится определение фактических показателей ускорения.

Термальные акселерометры, архитектура которого предусматривает использование пузырька воздуха. При ускорении пузырек отклоняется от своего начального положения, что и фиксируется датчиками, а затем используется для расчета ускорения.

Сфера применения устройства

Развитие технологий привело к внедрению акселерометра в различные виды оборудования, позволяя расширить их технические возможности. Если сразу после изобретения подобные датчики применялись только на паровозах с целью определения скорости их движения, то сейчас такие приборы можно встретить повсеместно.

Акселерометр в телефонах и планшетах

Долгое время акселерометры относились к оборудованию, которое не интересно окружающим. С развитием электронных технологий подобная тенденция пошла на убыль, сделав этот прибор известным среди широких масс. В первую очередь этому поспособствовало появление современных смартфонов, в корпусе которых имеется такое устройство.

Впервые акселерометр был установлен в мобильный телефон Nokia 5500, благодаря чему его можно было использовать как шагомер. В силу конструктивных особенностей мобильных устройств использовать традиционный акселерометр с маятником невозможно. Поэтому он заменяется миниатюрным чипом, внутри которого находится инертная масса.

Принцип работы такого чипа схож с классическим акселерометром: инертная масса меняет свою позицию во время ускорения. Благодаря этому смартфон получает данные о своем положении в пространстве.

Именно благодаря акселерометрам при изменении положения экрана смартфон переводит ориентацию изображения с книжной на альбомную.

При изучении инструкции телефонов, планшетов и прочей мобильной компьютерной техники можно увидеть информацию о наличии так называемого G-датчика. Он и есть акселерометр.

Установка в фитнес-браслетах

Также причиной популяризации акселерометра стала мода на фитнес браслеты и умные часы. Данное устройство предназначено в первую очередь для обеспечения реализации функции шагомера. Осуществляя шаги, тело человека придает ускорение инертной массе внутри чувствительного чипа.

Программное обеспечение реагирует на особый тип колебаний, который может возникать на инертной массе только при выполнении шага. В остальных случаях, к примеру, при небольших покачиваниях рукой колебания не засчитываются. Все же обмануть шагомер возможно сделав такое телодвижение, чтобы прибор засчитал его как шаг. Но фактическое количество ложных шагов, которые считаются на протяжении дня, не слишком высокое, что создает минимальную погрешность измерений.

Акселерометры у современных даже дешевых шагомеров не реагируют на мелкую встряску, к примеру, если прибор лежит в сумке, а не закреплен на руке.

Применение в видеорегистраторах

Акселерометры можно встретить и в конструкции многих видеорегистраторов. Казалось бы, такое оборудование явно не нуждается в подобном датчике. На самом деле производители регистраторов

нашли весьма интересное применение для акселерометра. Он связан с программным обеспечением отвечающим за проведение съемки и сохранение видео данных. Датчик ускорения настроен таким образом, что при появлении неестественных инертных нагрузок, к примеру, при резком торможении или маневре на скорости, подается соответствующий сигнал. В результате видеорегистратор записывает видео в особенный файл. Благодаря этому результаты съемки сохраняются, и прибор не сможет автоматически их удалить, чтобы очистить память для дальнейшей регистрации.

Использование в сфере автомобилестроения

Акселерометр является обязательной частью современного автомобиля, в котором уделяется особое внимание безопасности. В этом случае применяется полноразмерный пьезоэлектрический прибор. Благодаря акселерометру обеспечивается нормальная работа пневмоподвески, круиз-контроля и пр.

Установка для сохранения данных на жестком диске

Винчестеры ноутбуков, нетбуков, а также съемные жесткие диски зачастую имеют в своей конструкции акселерометр. Задача такого датчика заключается, в случае падения компьютера, подать предупредительный сигнал на жесткий диск. Тот является командой для остановки головок винчестера. Это позволяет предотвратить серьезные повреждения диска и сохранить записанные на нем данные.

Применение в сфере строительства

Также акселерометры применяются в качестве оборудования, которое осуществляет измерение колебаний зданий. Устройство могут использовать как отдельное диагностическое оборудование и как постоянный датчик. Также прибор данной конструкции может применяться для мониторинга

систем целостности трубопроводов. С его помощью оценивают и эффективность работы мостов.

Применение в сейсмостанциях

С помощью акселерометра осуществляется фиксация землетрясений. Такие датчики входят в устройство современных сейсмографов. Они отличаются повышенной точностью, что дает возможность определить силу колебаний по шкале Рихтера. Такие приборы отличаются от классического строения акселерометра. Закрепленное тело остается неподвижным, в то время как в результате колебаний двигается только корпус самого устройства.

На сейсмостанциях применяются одноосные акселерометры. Одни применяются только для фиксации горизонтальных колебаний, а другие вертикальных.

Использование в летательных аппаратах

Также акселерометр можно встретить в конструкции беспилотных устройств. Благодаря работе датчика осуществляется контроль плоскости движения аппарата. Это существенно облегчает дистанционное управление, особенно если прибор находится вне предела зоны видимости. Наличие акселерометра позволяет избежать неправильного направления движения аппарата, а также дает ему возможность автоматически вернуться к точке запуска, если управление было потеряно или была нажата соответствующая кнопка.

Основные понятия алгебры.

В данной работе неоднократно приходится сталкиваться с такими понятиями как вектор, матрица. В виду рассмотрения трёхосевого (три оси чувствительности) акселерометра, мы получаем координаты трехмерного пространства. Чтобы не расписывать погрешности для каждой оси, можно

воспользоваться такими математическими инструментами как векторы и матрицы.

Векторы

Запишем обозначения вектора \vec{a} по его координатам в декартовой системе координат X, Y, Z : $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$.

Длину вектора \vec{a} будем обозначать $|\vec{a}|$. Данное обозначение аналогично модулю числа, поэтому длину вектора также называют модулем вектора.

Формула для нахождения длины вектора $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ по его координатам в декартовой системе координат X, Y, Z в пространстве, выводится аналогично формуле для случая на плоскости по теореме Пифагора:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Рассмотрим разложение вектора векторам, по-другому, выразим вектор \vec{a} в базисе другой системы координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Пусть координаты вектора \vec{a} будут $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, а координаты будут $\vec{i} = (1, 0, 0)$

$$\vec{j} = (0, 1, 0)$$

$$\vec{k} = (0, 0, 1)$$

Тогда $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$, эта запись и есть разложение вектора по базису.

Матрица

Матрица — математический объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы элементов поля (кольца) целых, действительных или комплексных чисел, которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Количество строк и столбцов задает размер матрицы.

Матрицы широко применяются в математике для **компактной записи систем линейных алгебраических** или дифференциальных уравнений. В этом случае количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов — количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.

Для матрицы определены следующие алгебраические операции:

- сложение матриц, имеющих один и тот же размер;
- умножение матриц подходящего размера (матрицу, имеющую столбцов, можно умножить справа на матрицу, имеющую строк);
- в том числе умножение на матрицу вектора (по обычному правилу матричного умножения; вектор является в этом смысле частным случаем матрицы);
- умножение матрицы на элемент основного кольца или поля (то есть скаляр).

Для нашей задачи используются следующие действия: умножение, умножение на скаляр, сложение матриц.

Сложение

Складывать можно только матрицы одинакового размера (одинаковое количество строк и столбцов).

Сложение матриц $A+B$, есть операция нахождения матрицы C , все элементы которой равны попарной сумме всех соответствующих элементов матриц A и B , то есть каждый элемент матрицы C равен:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Умножение матриц (обозначение: AB , реже со знаком умножения $A \times B$) – есть операция вычисления матрицы C , каждый элемент которой равен сумме произведений элементов в соответствующей строке первого множителя и столбце второго.

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Пусть даны две квадратные матрицы A и B размерности $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

Тогда матрица C размерностью $n \times n$:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

в которой:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \cdots + a_{in} \cdot b_{nj}$$

где $i=1,2,3,\dots,n$; $j=1,2,3,\dots,n$) называется их произведением.

Операция умножения двух матриц выполнима только в том случае, если число столбцов в первом сомножителе равно числу строк во втором; в этом случае говорят, что матрицы согласованы. В частности, умножение всегда выполнимо, если оба сомножителя — квадратные матрицы одного и того же порядка.

Распишем произведение трехмерных квадратных матриц.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

Тогда матрица C размерностью 3x3:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} + a_{13} \cdot b_{32} & a_{11} \cdot b_{13} + a_{12} \cdot b_{23} + a_{13} \cdot b_{33} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} + a_{23} \cdot b_{32} & a_{21} \cdot b_{13} + a_{22} \cdot b_{23} + a_{23} \cdot b_{33} \\ a_{31} \cdot b_{11} + a_{32} \cdot b_{21} + a_{33} \cdot b_{31} & a_{31} \cdot b_{12} + a_{32} \cdot b_{22} + a_{33} \cdot b_{32} & a_{31} \cdot b_{13} + a_{32} \cdot b_{23} + a_{33} \cdot b_{33} \end{pmatrix}$$

Метод имитации отжига.

Для определения коэффициентов можно воспользоваться известным методом оптимизации¹, методом имитации отжига. Данный метод относится к классу стохастических (от греч. *στοχαστικός* — «умеющий угадывать») или вероятностных методов.

Сам метод является подвидом более общего метода поиска решения, известного под названием "метода Монте-Карло". Как и любой стохастический метод, имитация отжига не гарантирует нам наилучшего решения, но дает хороший шанс выбраться из "локального минимума". Еще одним несомненным достоинством данного метода является простота реализации. Для начала надо разобраться с терминологией и сущностью метода, в основу которого лег природный процесс - отжиг.

Отжиг - термин из металлургии. Это процесс термической обработки металла для увеличения его прочности на разрыв и сдвиг или повышения пластичности и снижения хрупкости. Металл подвергают нагреванию, выдерживают

¹ Оптимизация (математика) — нахождение экстремума (минимума или максимума) целевой функции в некоторой области.

определенное время при температуре рекристаллизации, а затем медленно охлаждают. Так как кристаллическая структура металла не идеальна и имеет большое количество деформаций (дефектов и дислокаций), нарушающих оптимальное расположение атомов вещества. В процессе отжига атомы набирают энергию, достаточную для изменения положения в металлическом кристалле, и начинают распределяться по позициям равновесия. По мере остывания металла энергия для перемещений утрачивается, и переходы атомов в новые позиции становятся все реже, а длина переходов все короче, пока в конце концов материал не стабилизируется на новой кристаллической структуре. В ходе отжига металл избавляется от значительного числа деформаций, энергетических дисбалансов и напряжений становится меньше и металл оказывается прочнее и пластичнее. Данный процесс и моделируется методом имитации отжига.

Выделим основные части отжига, которые необходимо смоделировать при поиске решения:

1. Процесс перемещения атомов носит при отжиге случайный характер, то есть каждое новое состояние вещества (решения) должно быть одновременно связано с предыдущим состоянием и в то же время быть результатом случайного перемещения случайного количества случайных атомов из предыдущего состояния.

В алгоритме метода это имитируется любой функцией, производящей случайные модификации во временном решении. Назовем такое решение - возможным решением.

2. Атомы стремятся занять в кристаллической решетке положения с наибольшей энергией связи и наименьшей энергией отталкивания, а это значит, что переход из лучшего состояния в худшее менее вероятен и вероятность этого перехода тем меньше, чем меньше имеется энергии на разрыв сил притяжения у атомов. Проще говоря, чем ниже температура и чем дальше состояние от оптимального, тем сложнее веществу перейти в это состояние.

Метод имитации отжига в данном случае сравнивает текущее и возможное решения по критерию оптимизации и, если возможное решение лучше, - оно становится текущим, то есть система нашла лучшую структуру вещества и перешла в новое состояние. В противоположном случае вычисляется вероятность перехода в худшее состояние как функция, обратно зависящая от того, насколько хуже стало новое состояние, и прямо зависящая от текущей температуры. Чем хуже новое состояние и чем ниже температура материала, тем ниже вероятность перейти в это состояние.

3. Температура должна снижаться постепенно и достичь значения, при котором движение атомов полностью прекращается. Это и будет означать окончание процессов отжига и поиска решения.

Температура моделируется любой монотонно убывающей функцией. Главное, чтобы процесс "остывания" шел достаточно долго, поэтому показательные функции в данном случае не совсем уместны. В металлургии техрегламенты отжига предусматривают равномерное снижение температуры в градусах в минуту, поэтому, имитируя реальный отжиг, лучше воспользоваться линейной функцией.

Введем несколько обозначений:

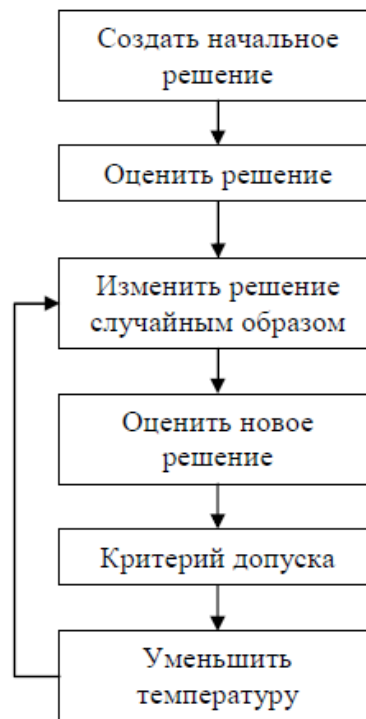
X - множество значений переменных, составляющих возможное решение задачи оптимизации.

$Z(X)$ - целевая функция, которую возможно рассчитать для любой совокупности X . Оптимальное решение будет означать минимум данной функции.

T_{\max}, T_{\min} - максимальная и минимальная температуры отжига.

$F_{\text{rand}}(X_i)$ - функция случайного преобразования решения X_i . Функция произвольная и теоретически должна выбираться с учетом специфики задачи, но на практике замена случайных переменных новыми случайными значениями дает вполне приличный результат. Количество изменяемых на случайные переменных также выбирается произвольно. Для гибкости я сделал интенсивность инверсии одним из параметров функции поиска решения.

N - количество итераций поиска решения (длительность отжига).



Распишем алгоритм по шагам:

1. Формируем начальное решение, инициуруя X_i случайными значениями.
 $i=0$.
2. Устанавливаем температуру, шаг.

$$T_i = T_{\max} - \frac{T_{\max} - T_{\min}}{N}$$

3. Если $T_i > T_{\min}$ продолжаем. Иначе возвращаем X_i .

4. Вычисляем возможное решение X^*

$$X^* = F_{\text{rand}}(X_i)$$

3. Находим

$$\Delta Z^* = Z(X^*) - Z(X_i)$$

5. Определяем X_{i+1} . В зависимости от значения ΔZ^* и текущей температуры вероятность того, что X_{i+1} будет равно X^* , выражается формулой:

$$P(X^* \rightarrow X_{i+1}) = \begin{cases} 1, & \Delta Z^* < 0 \\ e^{-\frac{\Delta Z^*}{T_i}}, & \Delta Z^* \geq 0 \end{cases}$$

Определяем, переходит ли X^* в X_{i+1} , . То есть генерируем случайное число от 0 до 1 и сравниваем с вероятностью P . Если случайное число превысило или равно P - переход произошел, и мы присваиваем $X_{i+1} = X^*$, если же X^* не перешло в X_{i+1} , тогда присваиваем $X_{i+1} = X_i$.

6. Увеличиваем счетчик итераций $i = i + 1$. Переходим к шагу 2.

Поясним пункт 5 алгоритма, именно здесь и кроется секрет стохастического метода. Формула $e^{-\frac{\Delta Z^*}{T_i}}$ вероятности того, что следующее текущее решение будет хуже предыдущего. Если вспомнить математику, то становится понятным, что дробь тем меньше, чем меньше числитель и чем больше знаменатель, и именно при значениях показателя дроби близких к 0 вероятность перехода к новому решению будет максимальна и близка к 1. Как видим, эта вероятность тем выше, чем меньше разница между оценками целевой функции и чем выше текущая температура. При больших (по модулю) значениях отрицательного показателя степени вероятность перехода к возможному решению стремится к нулю. Например, для числа e показатель по модулю больше пяти дает практически нулевую вероятность того, что система перейдет в новое, менее оптимальное состояние.

С другой стороны, возможность переходов к худшим решениям, особенно при высокой температуре основное достоинство алгоритма, так как мы можем "выпрыгивать" из локальных минимумов и искать новые. По мере "остывания" перейти к сильно уж далекому от текущего оптимума решению становится все сложнее, но мы предполагаем, что, "прыгая", пока было "горячо", мы нашли самую глубокую яму, и теперь снижение температуры только фиксирует нас в ней, не давая уйти совсем из окрестностей глобального минимума, но позволяет последовательно улучшать решение в окрестностях этого минимума.

Очень хорошо иллюстрируют подобные переходы спуск с горы лыжника (см. рис.1):

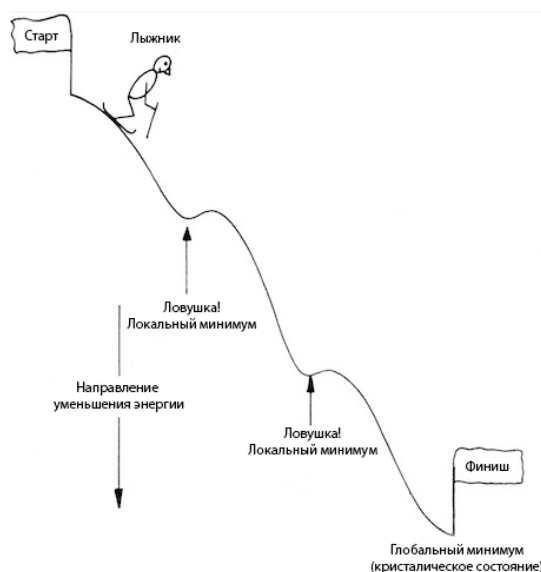


Рис.1

Алгоритм данного метода мы будем использовать в программе для нахождения коэффициентов, Конечно, их можно высчитать как решения системы уравнений, составленных с использованием существующих и реальных показаний, но уравнений как минимум больше 6 (количество базовых положений). Поэтому, система вполне может не иметь решений, особенно учитывая, что за численное значение показания акселерометра в данном положении берутся средние показания положения, что также предполагает некоторую погрешность.

Нахождение погрешности.

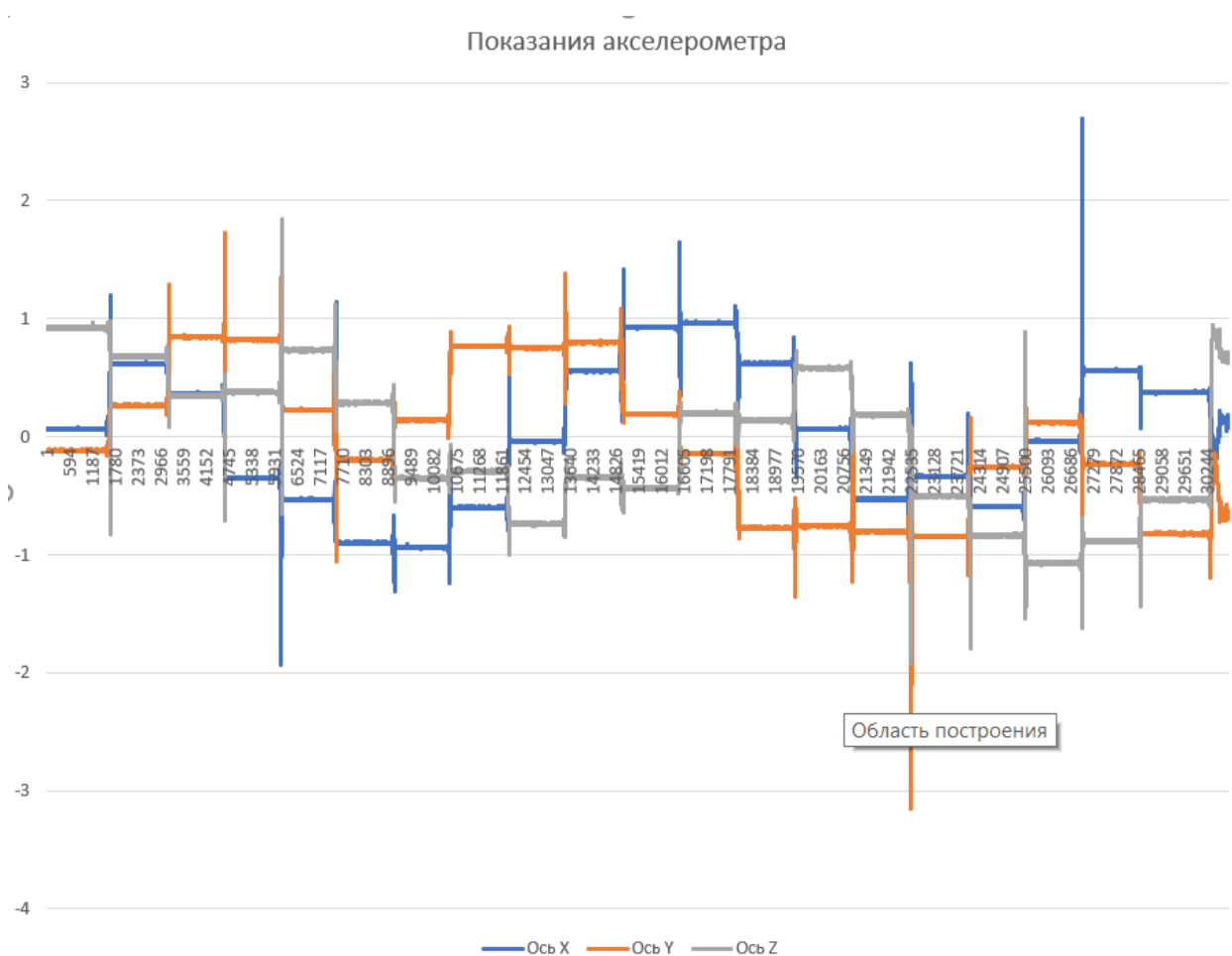
При создании различных проектов на платформе Iskra JS я заметил наличие неточности в показаниях используемого акселерометра (см. Приложение).

Это сподвигло меня на изучение проблемы погрешности, я хотел исправить «плохие» показания прибора для более высокой точности данных.

Было написано две программы: первая позволяет считывать неточные показатели датчика, чтобы вторая программа могла их анализировать и выявлять погрешность. Таким образом, существует алгоритм калибровки акселерометра, с помощью которой были найдены коэффициенты погрешности. Опишем данный алгоритм поэтапно.

Получение данных.

В процессе калибровки акселерометра датчик был установлен в 20 различных положениях, которые записаны в таблицу 1_st с помощью программы. Неточные показания прибора также записываются в таблицу 2_nd (см. Приложение). В процессе записи данные сохранялись в excel в больших объёмах, поэтому для их анализа гораздо удобнее построить график показаний акселерометра.



Из него видно, что данные можно разделить на три вида:

- 1) “Стабильные участки”, соответствующие неподвижному состоянию устройства в некотором положении из данного нам списка.
- 2) “Участки подъема(спуска)”, описывающие процесс поворота устройства из некоторого положения в следующее за ним в списке.
- 3) “Скачки” - пики на графике, которые завершают подъем и предшествуют началу нового стабильного участка, что дает нам основание сопоставлять скачкам моменты остановки устройства в новом положении.

Т.к. сложно анализировать процесс поворота акселерометра, резкость его остановки перед различными положениями, то извлечь информацию из «скачков» и «спусков» проблематично. Проанализируем лишь стабильные участки, поэтому отделим их от остальных данных и будем хранить в виде 20 отдельных блоков и соответствующих им точных значений.

Выделение стабильных участков данных (удаление «подъемов и спусков», «скачков») (ϵ окрестности)

Из графика можно определить, что длина участка подъема - порядка нескольких десятков значений, а стабильного участка - порядка тысячи. Этим обусловлен выбор значений $\kappa = 25$ и $r = 500$, которые будут упомянуты в последующем описании.

Начало первого стабильного участка нам известно — это первая строка таблицы. Рассмотрение значений в 1-ой строке - 0-ой шаг. На i -том шаге мы рассматриваем среднее арифметическое элементов полуинтервала $[\max(0, i - \kappa); i)$ (среднее арифметическое пустого полуинтервала $[0; 0)$ мы принимаем за 0) и сравниваем его с i -тым элементом массива. Если модуль разности между ними меньше некоего достаточно малого ϵ , подобранного в ходе тестирования

программы и выбранного равным **0.05**, то этот элемент принадлежит некоторому стабильному участку. Таким образом, отклонение значения от среднего предыдущих более чем на ϵ означает начало подъема (спуска) и конец стабильного участка, а попадание в ϵ -окрестность среднего после выхода из нее на предыдущих шагах - начало нового стабильного участка. Возможно также выделение более чем 20 участков, поскольку некоторые из них будут частью подъемов, которые могут быть довольно пологими. Но все эти “лишние” участки по длине не превосходят r и мы сможем сразу их отбросить.

Подсчет среднего значения и среднеквадратичного отклонения

Получив 20 отдельных блоков, посчитаем среднее значение и среднюю квадратичную абсолютную погрешность каждого блока по осям X , Y , Z согласно теории погрешностей:

$$\text{Среднее значение} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

$$\text{Среднеквадратичное отклонение} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (a_i - a_{\text{ср}})^2}$$

Данные записываются в отдельный файл (см. таблица 1, ПРИЛОЖЕНИЕ)

Основные погрешности

Исходя из конструкции акселерометра, можно определить несколько основных погрешностей: пропорциональное изменение, систематический сдвиг и отклонение осей чувствительности.

Существует некий вектор значений $\vec{X} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, полученный при считывании данных с датчика. Тогда вектор вычисляемых точных значений $\vec{A} = B \cdot \vec{X} + \vec{Y}$, где

$$B = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 & k \cdot a_2 & k \cdot a_3 \\ k \cdot b_1 & k \cdot b_2 & k \cdot b_3 \\ k \cdot c_1 & k \cdot c_2 & k \cdot c_3 \end{pmatrix}$$

Первые две погрешности определяются как умножение вектора значений на число k и прибавление вектора \vec{Y} . Вычислим формулу для учета последней погрешности.

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ - ортогональная система координат, соответствующая реальному положению корпуса устройства. $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ - совпадают с направлением осей чувствительности и имеют в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ координаты (a_1, a_2, a_3) , (b_1, b_2, b_3) и (c_1, c_2, c_3) соответственно.

Значение матрицы B и вектора Y – коэффициенты погрешности, которые необходимо найти. Основываясь на сравнительной малости погрешностей, можно примерно предсказать вид матрицы B и вектора Y . Первая будет мало отличаться от единичной, а вторая - от нулевой, чтобы отличие P и X было также невелико.

Пусть значение вектора P при некоторых значениях коэффициентов в Y и B – предсказание идеального значения.

Посчитать коэффициенты, имея начальные и конечные значения, можно с помощью метода имитации отжига. Наша задача- минимизировать общую погрешность до уровня среднеквадратичного отклонения измерений. Для этого используем функцию потерь. Функция потерь — это сумма модулей разностей между значениями и предсказаниями при текущих коэффициентах. При этом значение вектора P при некоторых значениях коэффициентов в Y и B мы будем называть предсказанием при этих коэффициентах.

Метод имитации отжига

Посчитать коэффициенты, имея начальные и конечные значения, можно с помощью метода имитации отжига, который позволяет найти минимум функции ошибки от значений в матрице и векторе. Функция ошибки

- это сумма модулей разностей между значениями и предсказаниями при текущих коэффициентах. При этом отклонение предсказаний от точных значений при уже найденных коэффициентах имеет тот же порядок, что и среднеквадратичное отклонение измерений из таблицы.

- Найдя коэффициенты, можно заметить, что отклонение предсказаний от точных значений имеет тот же порядок, что и среднеквадратичное отклонение измерений.

Вывод

Результатом исследовательской работы стали формулы для получения точного значения проекций по показаниям акселерометра:

$$B = \begin{pmatrix} 0.99731252 & -0.02506016 & 0.04827705 \\ 0.02845855 & 0.9900583 & -0.11797685 \\ -0.04547467 & 0.12316185 & 0.9967829 \end{pmatrix}$$

$$\vec{Y} = (0.01333205, -0.00139264, -0.076888)$$

Можно заметить, что вид матрицы B и вектора \vec{Y} соотносятся с суждениями о малости погрешности, что дает основания считать полученные результаты близкими к реальности.

В ходе исследовательской работе мы:

- 1) Вывели формулы, позволяющие вычислить показания реальных акселерометров, зная их положение в пространстве;
- 2) Показали актуальность и востребованность выбранной темы;
- 3) Проанализировали и изучили методы оптимизации, работу с матрицами

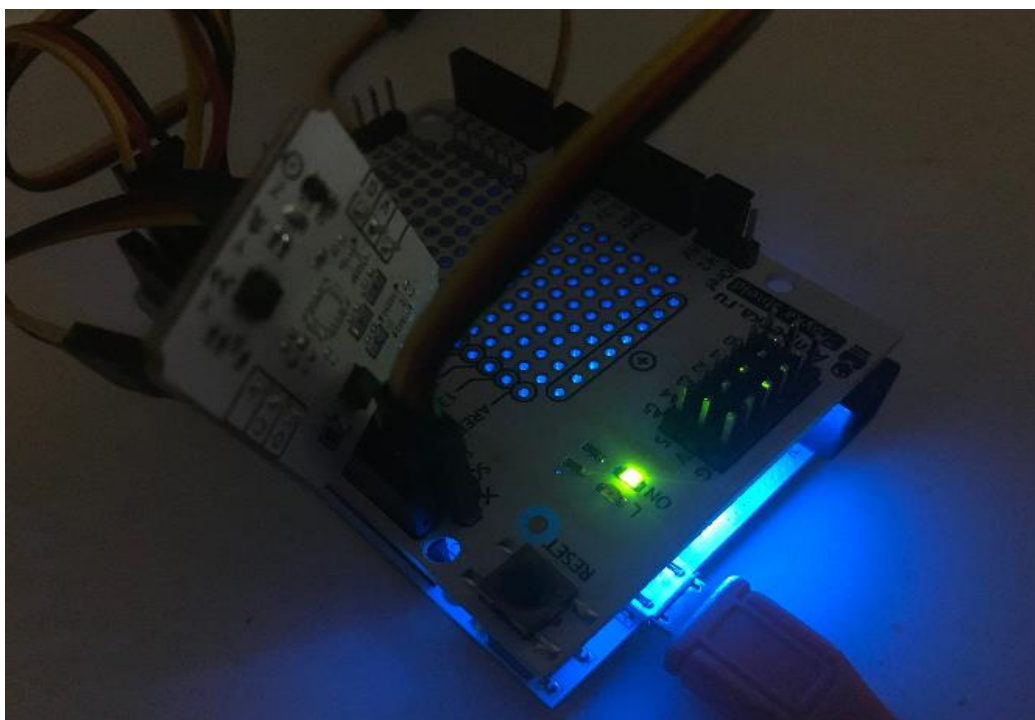
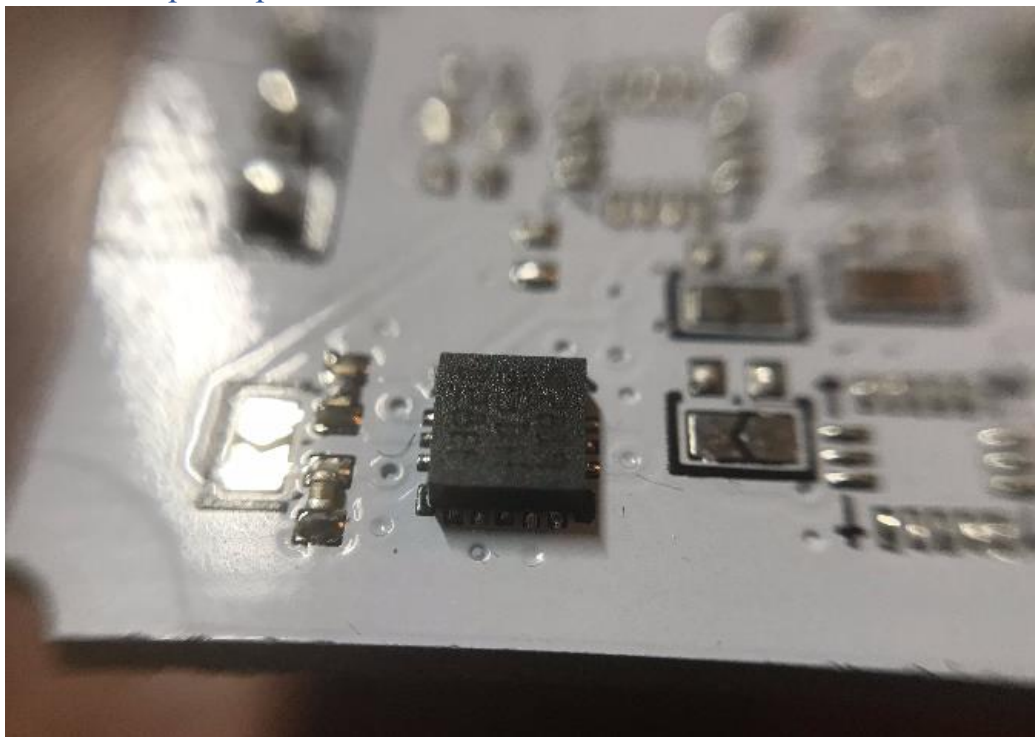
4) Изучили научную литературу на данную тему

Литература

1. Распопов В.Я. Микромеханические приборы. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.
2. Ломакин М.А. Особенности построения модели погрешности МЭМС-датчиков при решении навигационной задачи // Инженерный вестник Дона, 2014, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2398
3. АВТОМАТИКА И ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ. 2013, №3(5)
История развития и области применения технологии MEMS
Саленко Д.С. Аспирант ФГБОУ ВПО НГТУ (Новосибирск, Россия)
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1974. 832 с.
5. Ma D., Shiau J., Wang I. Lin Y. Attitude Determination Using a MEMSBased Flight Information Measurement Unit. Sensors. 2012, №12, pp. 1-23.
6. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988. 440 с.
7. Пособие “Анализ и обработка экспериментальных данных”
[http : //chembaby.com/wp — content/uploads/2017/10/Mitinrusakov.pdf](http://chembaby.com/wp-content/uploads/2017/10/Mitinrusakov.pdf)
Винберг Э.Б., Курс Алгебры, Глава 1, параграф 9

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вид акселерометра



Программа 1.

(для заполнения показаниями акселерометра значениями таблицы EXCEL)

```
// Настраиваем шину I2C
```

```
I2C1.setup({sda: SDA, scl: SCL, bitrate: 400000});
```

```
// Подключаем модуль
```

```
var accel = require('@amperka/accelerometer').connect(I2C1);
```

```
// Инициализируем модуль
```

```
accel.init();
```

```
var button
```

```
= require('@amperka/button').connect(P3);
```

```
var kb =
```

```
require('@amperka/usb-keyboard');
```

```
var timer
```

```
= require('@amperka/timer').create(1);
```

```
var shet = 0;
```

```
button.on('press', function() {
```

```
  if (timer.isRunning()) {
```

```
    timer.stop(); }
```

```
  else {
```

```
    timer.tick().run(); }
```

```
});  
  
timer.on('tick', function() {  
  
    shet = shet+1;  
  
    var time = getTime();  
  
    var gg = accel.read('G');  
  
    kb.type(time + '\t' +  
            gg + '\n');  
  
});
```

Программа 2.

(для нахождения погрешности)

```
import random  
import math  
  
import pandas  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
  
k = 25  
e = 0.05  
B = 500  
N = 100000  
step = 0.03
```

```
data_f = pandas.read_csv("2_nd.csv")
data_g = pandas.read_csv("1_st.csv")
```

\\ Считывание файлов с данными

```
series = [np.array([data_f["X"][i], data_f["Y"][i],
data_f["Z"][i]]) for i in range(0, data_f["X"].size)]
positions = [np.array([data_g["X"][i], data_g["Y"][i],
data_g["Z"][i]]) for i in range(0, data_g["X"].size)]
```

```
blocks = [[]]
```

```
for i, ilem in enumerate(series):
```

```
    mean = np.zeros(3)
```

```
    lower_bound = max(0, i - k) ??
```

```
    for j in range(lower_bound, i):
```

```
        mean += series[j] ??
```

```
    mean /= k
```

```
    if np.linalg.norm(mean - ilem) < e: ??b
```

```
        blocks[-1].append(ilem)
```

```
    elif blocks[-1]:
```

```
        blocks.append([])
```

```
blocks = filter(lambda b: len(b) >= B, blocks)
```

```
blocks = map(np.array, blocks)
```

```
blocks = list(blocks)
```

```
values = list(map(lambda b: np.mean(b, axis=0), blocks))
```

\\ Выделение стабильных участков данных

```
with open("errors.csv", "w") as errors:
```

```
    errors.write("• № Блока Среднее показание по оси X, Среднее показание  
по оси Y,
```

```
    Среднее показание по оси Z,")
```

```
    errors.write("• Среднеквадратичное отклонение по оси X,  
Среднеквадратичное отклонение по оси Y,
```

```
    Среднеквадратичное отклонение по оси Z/n")
```

```
for idx, (block, value) in enumerate(zip(blocks, values)):
```

```
    d = np.std(block, axis=0, ddof=1)
```

```
    errors.write("{} {:.6f} {:.6f} {:.6f} {:.6f} {:.6f} {:.6f} \n".format
```

```
    (idx + 1, value[0], value[1], value[2], d[0], d[1], d[2]))
```

\\ Подсчет среднего значения

```
#A = np.random.uniform(-1, 1, size=(3, 3))
```

```
#b = np.random.uniform(-1, 1, size=3)
```

```
A = np.zeros((3, 3))
```

```
b = np.zeros(3)
```

```
err = 0.0
```

```
A[0][0] = A[1][1] = A[2][2] = 1.0
```

```
for pos, value in zip(positions, values):
```

```
err += np.linalg.norm(A.dot(pos) + b - value)
```

```
for idx in range(1, N + 1):
```

```
    A_ = A + step * np.random.uniform(-1, 1, size=(3, 3))
```

```
    b_ = b + step * np.random.uniform(-1, 1, size=3)
```

```
    err_ = 0.0
```

```
    for pos, value in zip(positions, values):
```

```
        err_ += np.linalg.norm(A_.dot(pos) + b_ - value)
```

```
    w = math.exp((err - err_) * math.sqrt(idx))
```

```
    if err_ < err or random.uniform(0.0, 1.0) < w:
```

```
        A, b, err = A_, b_, err_
```

```
\\ Метод отжига
```

```
print("err=", err / len(positions))
```

```
print("A=", A)
```

```
print('b=', b)
```

```
print("det A=", np.linalg.det(A))
```

```
print("inv A=", np.linalg.inv(A))
```

```
\\ Вывод полученных данных
```

Таблица 1: средние значения и среднеквадратичные отклонения по осям X, Y, Z

Бло к	Среднее показание по оси X	Среднее показание по оси Y	Среднее показание по оси Z	Сред. квадр. отклонен	Сред. квадр. отклонен	Сред. квадр. отклонен	Модуль среднего квалра
1	0.065366	-0.115554	0.92228	0.0033830	0.0033837	0.0051085	0.0069993
2	0.618299	0.264773	0.682308	0.0032988	0.003375	0.0050008	0.0068761
3	0.362689	0.844936	0.346473	0.0035208	0.0037140	0.0048911	0.0070791
4	-0.350233	0.821819	0.378928	0.0036785	0.0035467	0.0050306	0.0071707
5	-0.533576	0.227006	0.733606	0.0038254	0.0034776	0.0053684	0.0074531
6	-0.898633	-0.195005	0.285145	0.0034582	0.0032511	0.0053205	0.0071300
7	-0.937915	0.14124	-0.350851	0.0034842	0.0034582	0.0050255	0.0070253
8	-0.598638	0.76664	-0.293559	0.0034763	0.0034023	0.0049922	0.0069702
9	-0.0398436	0.752055	-0.739772	0.0040330	0.0035730	0.0050889	0.0074114
10	0.558	0.798548	-0.344513	0.0035634	0.0037154	0.0051790	0.0073023
11	0.927659	0.189867	-0.43539	0.0036838	0.0036791	0.0050473	0.0072514
12	0.965045	-0.143637	0.196682	0.0034959	0.0033952	0.0050860	0.0070439
13	0.62197	-0.771678	0.138035	0.0033529	0.0033179	0.0048032	0.0067321
14	0.065305	-0.756996	0.581833	0.0034328	0.0035227	0.0051573	0.0071268
15	-0.528412	-0.803516	0.188798	0.0036749	0.0033967	0.0050377	0.0071008
16	-0.335725	-0.844357	-0.501137	0.0036623	0.0035360	0.0048918	0.0070602
17	-0.590824	-0.256917	-0.836573	0.0034985	0.0034240	0.0049608	0.0069695
18	-0.036891	0.118548	-1.07276	0.0036978	0.0037549	0.0051419	0.0073629
19	0.561408	-0.230563	-0.88597	0.0033909	0.0036185	0.0048730	0.0069526
20	0.3762	-0.823619	-0.532741	0.0037683	0.0040597	0.0055535	0.0078436