

ЗАДАНИЕ

заключительного этапа межрегионального политехнического турнира «ИНЖЕНЕРНАЯ ОПОРА ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ – 2022»

8 КЛАСС

1. С пассажира прогулочного катера, шедшего вверх против течения, в некоторый момент слетела шляпа. Пассажир уговорил рулевого повернуть назад через 0,5 мин с этого момента. Через какое время с момента потери шляпы катер ее догонит? Какое расстояние проплывет шляпа по воде? Скорость течения реки 3 м/с.

2. Полый медный шар плавает в воде, наполовину погружившись в нее. Найти массу меди в нем, если объем полости 15 см³. Плотность меди 8900 кг/м³, плотность воды 1000 кг/м³.

3. Найдите все такие квадратные трехчлены ax^2+bx+c с вещественными коэффициентами a , b и c , что если в трехчлене заменить любой из трех коэффициентов на 1, то получившийся квадратный трехчлен будет иметь ровно один корень.

4. Дан треугольник ABC. На его сторонах BC, CA и AB соответственно выбраны такие точки A1, B1 и C1, что четырехугольник AB1A1C1 является вписанным. Докажите, что

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} \leq \left(\frac{B_1C_1}{AA_1}\right)^2$$

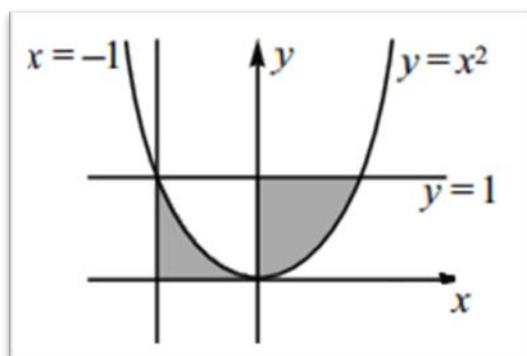
5. Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$((\neg x_1 \rightarrow y_1) \wedge z_1) = ((\neg x_2 \vee y_2) \rightarrow z_2)$$

$$((\neg x_2 \rightarrow y_2) \wedge z_2) = ((\neg x_3 \vee y_3) \rightarrow z_3)$$

где $x_1, \dots, x_3, y_1, \dots, y_3$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнены данные равенства. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

6. Запишите одно единственное условие, которое является истинным, когда точка с координатами x, y попадает в заштрихованные участки плоскости, включая их границы.





ЗАДАНИЕ

заключительного этапа межрегионального политехнического турнира
«ИНЖЕНЕРНАЯ ОПОРА ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ – 2022»

9 КЛАСС

1. Сбегая по эскалатору с одной скоростью, мальчик насчитал N_1 ступенек, а когда он увеличил скорость в полтора раза, то насчитал на ΔN ступенек больше. Сколько ступенек насчитает мальчик, спускаясь по неподвижному эскалатору?

2. Кусок льда массой m плавает в цилиндрическом сосуде в жидкости плотностью $\rho_{\text{ж}}$. Радиус основания сосуда R . На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если весь лед растает?

3. Найдите все такие квадратные трехчлены ax^2+bx+c с вещественными коэффициентами a , b и c , что если в трехчлене увеличить любой из трех коэффициентов на 1, то получившийся квадратный трехчлен будет иметь ровно один корень.

4. Окружность ω описана вокруг равнобедренного треугольника ABC . Продолжение высоты BB_1 , опущенной на боковую сторону AC , пересекает окружность ω в точке D . Из точки C опущены перпендикуляры CC_1 на боковую сторону AB и CH на прямую AD . Докажите, что $S_{BC_1C_1} \geq S_{HC_1C_1}$.

5. Упростить логическую функцию:

$$(A \rightarrow (B \vee C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \vee \neg (A \rightarrow C)).$$

Ответ должен содержать не более двух логических операций.

6. Функция E определена рекурсивно для неотрицательных целых чисел n и k следующим образом:

$$E(n, 0) = 1 \text{ для } n \geq 0;$$
$$E(n, k) = (n-k) \cdot E(n-1, k-1) + (k+1) \cdot E(n-1, k) \text{ для } 0 < k < n.$$

Очевидно, что $E(n, n) = 0$ при $n > 0$; $E(n, n-1) = 1$ при $n > 0$; $E(n, k) = 0$ при $k > n$. Вычислить вручную $E(6, 4)$.



ЗАДАНИЕ

заключительного этапа межрегионального политехнического турнира «ИНЖЕНЕРНАЯ ОПОРА ВОРОНЕЖСКОЙ ОБЛАСТИ – 2022»

10 КЛАСС

1. Теоретик Баг с помощью неподвижного блока поднял на высоту $h = 10$ м оборудование общей массой $m_1 = 1000$ кг. Для компенсации потерь энергии, затраченной на подъём груза, ему потребовалось употребить с едой на 500 килокалорий больше, чем в обычный рабочий день, проведённый на стуле за компьютером. На следующий день Баг заметил несколько ящиков общей массой $m_2 = 240$ кг, которые он вчера забыл поднять. Проявив сообразительность, он, используя тот же блок, для движения верёвки применил электродвигатель с КПД $\eta_{эд} = 70\%$. Баг определил, что для подъёма груза m_2 электродвигатель потребил 10 Вт·ч электроэнергии. Чему равны КПД η_b блока и η самого Бага? Коэффициент $g = 10$ Н/кг, 1 калория равна 4,2 Дж. Примечание: КПД человека равен отношению совершённой им работы к потреблённой им для этого энергии.



2. На поршень шприца площадью S_1 действует сила F (см. рисунок). С какой скоростью будет вытекать в горизонтальном направлении из отверстия в игле площадью S_2 струя жидкого лекарства плотностью?

3. Положительные числа a , b , c таковы, что $ab+bc+ac$ в пять раз больше, чем abc . Каково минимальное значение суммы этих чисел?

4. На столе находятся три шара и конус (основанием к столу), касаясь друг друга внешним образом. Радиусы шаров равны 5, 4 и 4, а высота конуса относится к радиусу его основания как 4:3. Найдите радиус основания конуса.

5. Функция E определена рекурсивно для неотрицательных целых чисел n и k следующим образом:

$$E(n, 0) = 1 \text{ для } n \geq 0;$$
$$E(n, k) = (n-k) \cdot E(n-1, k-1) + (k+1) \cdot E(n-1, k) \text{ для } 0 < k < n.$$

Очевидно, что $E(n, n) = 0$ при $n > 0$; $E(n, n-1) = 1$ при $n > 0$; $E(n, k) = 0$ при $k > n$. Вычислить вручную $E(6, 4)$.

6. Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения:

$$(b \ll 2 / b \gg 2) / \sim((a \& b) \gg 2 / (a / b) \ll 2)$$

для $a = 60$ и $b = 195$.

Ответ дать в двоичной и десятичной формах.